

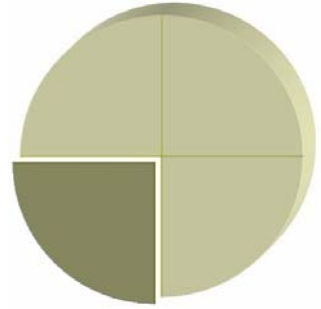


## Fracciones o Quebrados

En matemáticas, a la división de un objeto o unidad en varias partes iguales o a un grupo de esas divisiones se les denomina fracción.

Las fracciones pueden ser representadas de varias maneras, entre ellas tenemos cuatro posibilidades, siendo la primera la más frecuente en México y la mayoría de países hispanoamericanos.

$$\frac{1}{4} \quad 1 : 4 \quad 1 / 4 \quad 1 \div 4$$



El uso de fracciones es común en nuestra vida diaria, utilizamos las fracciones en diversas aplicaciones desde las más sencillas y hasta las más complejas, en la mayoría de los casos sin pensarlo, ya que nuestro cerebro se habitúa a elaborar ciertas operaciones matemáticas como las fracciones de manera automática y sumamente rápida.

Aplicamos las fracciones cuando compramos algunos productos alimenticios tales como huevo, azúcar, frijol y todas aquellas cosas que se venden a granel y requieren de un parámetro de medición. Otro ejemplo es cuando repartimos una pizza dividiendo los pedazos entre la cantidad de personas que consumirán el alimento, calculamos el rendimiento de combustible del automóvil, estimamos el espacio de memoria libre de un dispositivo electrónico como un IPOD o una PALM, cuando establecemos comparaciones de contenido y tamaño entre dos objetos o más siempre utilizamos las fracciones y hacemos operaciones con fracciones.

Sin embargo, lejos de ser solo una aplicación mental y sencilla suelen ayudarnos a resolver problemas complejos que requieren de mayor precisión.

Las fracciones están formadas por dos cifras: el **numerador** y el **denominador**, el numerador es la cifra que se encuentra sobre la línea y denominador es la cifra que se encuentra bajo la línea que divide la fracción.

$$\frac{1}{2} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{Numerador}} \\ \xrightarrow{\text{Denominador}} \end{array} \quad \frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$$

El **numerador** nos indica la cantidad de fracciones seleccionadas de un objeto y el **denominador** nos indica la cantidad total de las fracciones en que está dividido el mismo objeto.

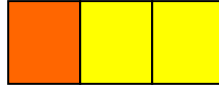
Por ejemplo:

El rectángulo naranja está dividido en 3 partes, o sea 3 fracciones, a esta cantidad total de divisiones que tiene un objeto se le llama **denominador**.





En el siguiente rectángulo tenemos seleccionado en color amarillo dos de las tres fracciones en que está dividido el objeto, a esta cantidad de fracciones seleccionadas se les llama **numerador**.



## Fracciones equivalentes

Se les llama fracciones equivalentes a todas aquellas fracciones en las que a pesar de contener distintos denominadores, representan la misma proporción del objeto o la misma cantidad.

Para comprobar matemáticamente que dos fracciones son equivalentes debemos multiplicar el numerador y denominador de la primera fracción por el numerador y denominador de la segunda fracción, el resultado final se simplifica hasta obtener uno de los denominadores de las fracciones iniciales; si llegamos a ese número significa que las fracciones son equivalentes.

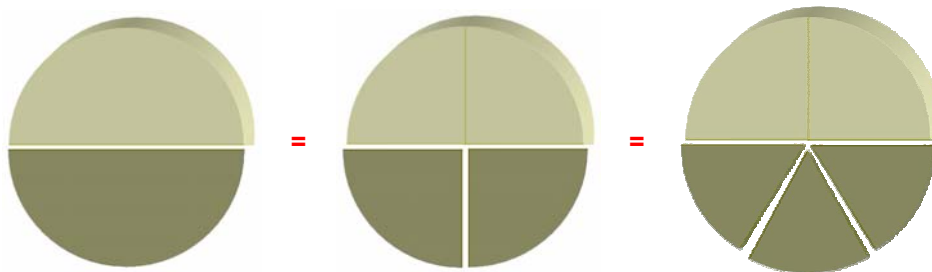
Por Ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{8} \\ \frac{2}{4} \times \frac{3}{6} = \frac{6}{24} \end{array} \right\}$$

Al simplificar ambos resultados nos da  $\frac{1}{2}$ .

**Nota:** Ver procedimiento de simplificación.

Para comprobar físicamente si dos fracciones son equivalentes bastará con representar con imágenes las fracciones analizadas, cuando estas cotienen un denominador o cantidad de partes menores o sencillas de identificar a simple vista es suficiente, sin embargo es conveniente utilizar la comprobación matemática ya que es exacta y confiable.





## Mínimo común múltiplo:

Es el número menor que pueda ser dividido entre varios números que se tienen.

Por ejemplo, para los números 8, 12 y 24, el mínimo común múltiplo es el 24, porque es el número menor en que pueden dividirse el 8, el 12 y el 24, **obteniendo un resultado entero:**

24 entre 8 da 3, 24 entre 12 da 2, 24 entre 24 da 1.

Este procedimiento es muy utilizado en operaciones con fracciones comunes, para obtener el mínimo común denominador.

**Nota Importante:** *Habrá quien se pregunte porque no el 8, pues si efectuamos el mismo procedimiento de dividir el 8 entre cada uno de los denominadores tendremos que 8 entre 12 nos da 0.66666 y esta cifra no es un número entero, hagan ustedes mismos su comprobación.*

## Común denominador

Muchas veces existe la confusión entre “Mínimo común múltiplo” y “Común denominador” ó “Mínimo común denominador” como también se le conoce.

El mínimo común denominador también es un número que es divisible entre todos los numeradores, pero este es producto de la multiplicación de los denominadores y su simplificación hasta llegar a un número que sea divisible entre todos los denominadores. A diferencia del “Mínimo común múltiplo” que solo es la selección del común denominador entre varios denominadores que son divisibles o múltiplos entre ellos mismos, el “común denominador” se utiliza para obtener un mínimo común múltiplo de los denominadores que no son múltiplos o divisibles entre ellos mismos.

Ejemplo:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2}{4}$$

En este primer ejemplo observamos que el denominador de la primera fracción es un número par al igual que el segundo, también observamos que el número dos es divisible entre 4 y el cuatro es un múltiplo de 2, por lo tanto el común denominador es el número cuatro, el cual puede ser dividido entre cada denominador y el resultado siempre será un número entero.

$$\frac{1}{3} \quad \frac{2}{4}$$

En este segundo ejemplo observamos que el denominador de la primera fracción no es un número par, es un número no o impar, y el segundo denominador es par, por lo tanto ni el primer ni el segundo denominador son divisibles o múltiplos entre ellos, esto quiere decir que si aplicamos la regla del “Mínimo común múltiplo” y elegimos uno de ellos, cualquiera que seleccionemos al dividirlo entre el otro no nos dará como resultado un número entero, 3 entre 4 nos da 0.75 y 4 entre 3 nos da 1.33333, por lo tanto tendremos que aplicar el procedimiento del “Común denominador” multiplicaremos 3 por 4, obteniendo como resultado el número 12, el cual si es múltiplo y es divisible entre ambos denominadores. 12 entre 3 nos da igual a 4 y viceversa, 12 entre 4 nos da igual a 3, por lo tanto el “Común denominador” de estas fracciones es el número 12.



## Operaciones con denominador igual

### Suma

Para sumar dos o más fracciones que tienen el mismo denominador, sólo hay que sumar los numeradores y se deja el denominador común.

Ejemplo:

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4+2}{5} = \frac{6}{5}$$

### Resta

Para restar dos ó más fracciones que tienen el mismo denominador, sólo hay que restar los numeradores y se deja el denominador común.

Ejemplo:

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{7-3}{8} = \frac{4}{8}$$

## Operaciones con denominador distinto

### Suma

La suma de dos o más fracciones con distinto denominador es menos sencilla.

1.- Se obtiene el mínimo común múltiplo de los dos denominadores; por lo que tenemos que el 4 es divisible entre ambos denominadores cuyo resultado nos da un número entero.

2.- Se calculan los numeradores con la fórmula: numerador antiguo x denominador común y dividido por denominador antiguo. O sea 3 (Numerador primero) por 4 (Común denominador) dividido entre 4 (Denominador primero correspondiente al numerador primero); se repite la operación para el segundo numerador, o sea 4 (Numerador segundo) por 4 (Común denominador) dividido entre 2 (Denominador segundo correspondiente al numerador segundo).

3.- Sumamos los numeradores y conservamos el Común denominador.

Ejemplo:

$$\frac{3}{4} + \frac{4}{2} = \frac{3+8}{4} = \frac{11}{4}$$
$$\frac{3}{4} + \frac{4}{2} = \frac{3+8}{4} = \frac{11}{4}$$



## Resta

1.- Se obtiene el mínimo común múltiplo de los dos denominadores; por lo que tenemos que el 4 es divisible entre ambos denominadores cuyo resultado nos da un número entero.

2.- Se calculan los numeradores con la fórmula: numerador antiguo x denominador común y dividido por denominador antiguo. O sea 3 (Numerador primero) por 4 (Común denominador) dividido entre 4 (Denominador primero correspondiente al numerador primero); se repite la operación para el segundo numerador, o sea 4 (Numerador segundo) por 4 (Común denominador) dividido entre 2 (Denominador segundo correspondiente al numerador segundo).

3.- Restamos los numeradores y conservamos el Común denominador.

Ejemplo:

The diagram illustrates the process of subtracting  $\frac{3}{4}$  from  $1$ . It shows  $1$  being converted to  $\frac{4}{2}$  (multiplied by 2) and  $2$  being converted to  $\frac{8}{4}$  (multiplied by 4). The subtraction is then performed:  $\frac{8}{4} - \frac{3}{4} = \frac{8-3}{4} = \frac{5}{4}$ . The final result is  $\frac{5}{4}$ .

$$\frac{4}{2} - \frac{3}{4} = \frac{8-3}{4} = \frac{5}{4}$$

## Multiplicación de fracciones

La multiplicación de fracciones es una operación aritmética con fracción, en la cual partiendo de dos fracciones se obtiene una tercera que será el producto de las anteriores.

Es importante aclarar que la multiplicación de fracciones no es una suma abreviada, ni se espera obtener un resultado mayor que los multiplicadores al realizarla, como con los números enteros.

Para multiplicar dos fracciones algebraicas se multiplican sus numeradores y sus denominadores, por separado, teniendo así el numerador y el denominador de la fracción producto.

$$\frac{\text{Numerador 1}}{\text{Denominador 1}} \times \frac{\text{Numerador 2}}{\text{Denominador 2}} = \frac{\text{Numerador 1 x Numerador 2}}{\text{Denominador 1 x Denominador 2}}$$

Ejemplo

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{10}{12}$$



## División de fracciones

Para realizar la división de fracciones se pueden seguir tres formas de desarrollo, que llevan al mismo resultado:

### 1.- Multiplicar de forma cruzada

Multiplicar de forma cruzada las fracciones del ejercicio, es decir, **numerador** por **denominador**, y **denominador** por **numerador**, esta es la forma más común en México y algunos países hispanos:

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{8} = \frac{2 \times 8}{5 \times 3} = \frac{16}{15}$$

### 2.- Invertir la segunda fracción

**Invertir la segunda fracción** pasando el **numerador** a la parte inferior ocupando el espacio del **denominador** y viceversa, el **denominador** lo pasamos a la parte superior ocupando el lugar del **numerador**, después multiplicamos de manera directa, es decir, **numerador** por **numerador**, y **denominador** por **denominador** en la nueva posición:

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{8} = \frac{2}{5} \div \frac{8}{3} = \frac{2 \times 8}{5 \times 3} = \frac{16}{15}$$

### 3.- Representar como fracción de fracciones

Se representa una fracción en el **numerador** y la segunda en el **denominador**, se simplifica en otra fracción, donde se divide el producto de extremos entre el producto de medios, o sea que multiplicas el número que se encuentra hasta arriba por el que se encuentra hasta abajo y el resultado lo representas en el numerador, después multiplicas los números que quedaron en el centro y el resultado lo representas en el denominador:

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{8} = \frac{\frac{2}{5} \times 8}{\frac{3}{8} \times 5} = \frac{2 \times 8}{5 \times 3} = \frac{16}{15}$$

Una vez terminado el ejercicio hay que simplificar si es posible



## Amplificación o Simplificación de resultados

**Amplificación:** es multiplicar por un mismo número, **numerador** y **denominador** de una fracción, de modo que la fracción resultante posee un **numerador** y **denominador** distinto en comparación a la fracción original, pero el valor de ambas fracciones es el mismo.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} \times 2 = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} \quad \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$

**Simplificación:** precisamente es el procedimiento contrario a la amplificación, es dividir por un mismo número, **numerador** y **denominador** de una fracción, de modo que la fracción resultante posee un **numerador** y **denominador** distinto en comparación a la fracción original, pero el valor de ambas fracciones es el mismo. Para simplificar hay que tener muy presentes los criterios de divisibilidad.

$$\frac{4}{10} \div 2 = \frac{4 \div 2}{10 \div 2} = \frac{2}{5} \quad \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

## Criterios de divisibilidad

Un número es divisible:

**Entre 2:** Cuando su último dígito es **0** ó **par**.

**Entre 3:** Cuando la suma de sus dígitos es múltiplo de **3**. Ejemplo 324 es divisible por 3 ya que  $3 + 2 + 4 = 9$  y el 9 es divisible por 3.

**Entre 4:** Cuando los dos últimos dígitos del número son 0 o un múltiplo de 4. Ejemplo: 3516; 4300

**Entre 5:** Cuando el último dígito del número es 0 ó 5.

## Clasificación de las Fracciones

La clasificación de fracciones varía de acuerdo al criterio de los distintos autores de libros de matemáticas, en la página 3 de este capítulo mencionamos tres de ellas, que tal vez sean las mas comunes, sin embargo es conveniente mencionar otras mas.

Una fracción común es un número racional escrito como un entero (el numerador) dividido por un entero no nulo (el denominador). Existen varias subcategorías de fracciones comunes:

Existen varias maneras de clasificar fracciones, entre las que están:

**Fracción irreducible:** Fracción común cuyo numerador es entero, el denominador es entero positivo y el máximo común divisor de los dos es 1; es decir, el numerador y el denominador son primos entre sí. En otras palabras, se le llama fracción irreducible a aquellas fracciones que han sido simplificadas a su mínima expresión de tal manera que no se puede simplificar más. (Ejemplo:  $27/18 = 9/6 = 3/2$ ).



Según la relación ente el numerador y el denominador:

**Fracción propia:** son aquellas fracciones cuyo denominador es mayor que el numerador, por lo tanto son menores a una unidad.

**Fracción impropia:** son aquellas fracciones cuyo denominador es menor que el numerador, por lo tanto son mayores que la unidad.

**Fracción aparente:** Son aquellas fracciones en que el numerador es igual al denominador, por lo tanto es igual a la unidad.

Según la relación entre los denominadores:

**Fracción homogénea:** Fracciones que tienen el mismo denominador.

**Fracción heterogénea:** Fracciones que tienen diferentes denominadores

También existen las siguientes fracciones

**Fracción unitaria:** Fracción común de numerador 1.

**Fracción egipcia:** Suma de fracciones unitarias.

**Fracción decimal:** Fracción cuyo denominador es una potencia de diez. También puede ser una fracción expresada en base 10, en contraposición con las fracciones binarias y demás, que están expresadas en otros sistemas de numeración.

**Fracción mixta:** son aquellas fracciones en las que se expresa una parte entera y otra fraccionaria.

Suma de un entero y una fracción propia. Las fracciones mixtas se pueden expresar como fracciones impropias.

**Fracción irracional:** Una fracción irracional es, dado que todas las fracciones deben poder ser expresadas como fracciones vulgares, un término autocontradictorio. Un número irracional es, por definición, no racional, es decir, no puede ser expresado como una fracción vulgar.

**Fracción continua:** Una fracción continua es una expresión como ésta: donde los **a0, a1, a2 y a3** son enteros positivos.

$$X = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

**Fracción compuesta:** Fracción cuyo numerador o denominador (o los dos) contiene a su vez fracciones.

**Fracción parcial:** La que puede usarse para descomponer una función racional.

---

Fuentes: Consultor temático práctico. Ediciones Nauta. - Guía de matemáticas para segundo grado - EL FASCINANTE MUNDO DE LAS MATEMÁTICAS por Langdon, Nigel, Noriega Editores - SENTIDO NUMERICO E INICIACION AL ALGEBRA Autor CEDILLO AVALOS TENOCH E. SAYNEZ MENDOZA GLORIA Editorial GRUPO EDITORIAL